ELABORAREA MODELELOR ECONOMICE ÎN BAZA BALANŢELOR INTERRAMURALE

Doctor în informatică, conferenţiar cercetător **Elvira NAVAL**
Institutul de Matematică și Informatică al AŞM

ECONOMIC MODELS' ELABORATION IN THE BASE OF INTERBRANCH BALANCES

Summary. Study of the interbranch models has started at the beginning of the past century. The fundamentals of it were based on the idea of input-output tables forwarded by the brilliant Russian scientist Vasile Leontief. În the present article there is formulated static optimization problem based on the input-output tables. The possibility of the Markov chain utilization în the interbranch models was examined.

Keywords: Input-Output tables, interbranch models, optimization, Markov chain.

Rezumat: Studierea modelelor interramurale a luat start la începutul secolului trecut. La baza acestor modele se află balanţele interramurale, ideea cărora a fost propusă și implementată de către savantul rus notoriu Vasile Leontiev. În prezentul articol se formulează problema optimizării statice în baza balanţei interramurale. Se examinează posibilitatea folosirii lanţurilor Markov la cercetarea modelelor interramurale.

Cuvinte-cheie: tabele Intrări-Ieșiri, modele interramurale, optimizare, lanţuri Markov.

INTRODUCERE

Modelele interramurale sunt alcătuite în baza matricei cheltuielilor materiale directe ale unei ramuri de producere pentru alte ramuri de producere. Metoda construirii balanţelor interramurale a fost propusă și implementată de către savantul rus Vasili Leontiev [1-2]. În anul 1972, lui V. Leontiev i-a fost decernat Premiul Nobel în știinţe economice „pentru elaborarea metodei intrări-ieșiri și aplicarea ei la soluţionarea problemelor economice importante". De-a lungul timpului, modelele interramurale au trecut printr-o evoluţie spectaculoasă, fiind cercetate atât modele statice cât și dinamice cu investiţia de capital, întârziată (un an sau mai mulţi ani), modele de simulare și modele de optimizare. Modelele interramurale se aplică pe larg la examinarea dezvoltării economice ţinând cont de factorul mediului ambiant, sunt utilizate la estimarea perspectivelor economiei mondiale și regionale, se folosesc ca instrument de prognozare și planificare indicativă a economiei naţionale pe termen mediu și lung. În prezent, aceste modele sunt utilizate în mai multe ţări industrial dezvoltate, dar și în unele ţări mai puţin dezvoltate.

BALANŢA INTERRAMURALĂ CLASICĂ

Structura și esenţa modelului interramural se va reda printr-un exemplu simplu, preluat din [3]. Fie că economia naţională este reprezentată de trei ramuri

Tabelul 1

Producerea și distribuirea bunurilor și serviciilor în ţară (moneda naţională)

	Consumul intermediar			**Cererea finală**				
	Agricultură	**Industrie**	**Producerea bunurilor și serviciilor**	**Total**	**Consumul final**	**Acumularea brută de capital**	**Export net**	**Producerea**
Agricultura	x_{11}	x_{12}	x_{13}	y_1	y_{11}	y_{12}	y_{13}	x_1
Industria	x_{21}	x_{22}	x_{23}	y_2	y_{21}	y_{22}	y_{23}	x_2
Producerea bunurilor și prestarea serviciilor	x_{31}	x_{32}	x_{33}	y_3	y_{31}	y_{32}	y_{33}	x_3
Valoarea adăugată	z_1	z_2	z_3					
Producerea	x_1	x_2	x_3					

agregate: agricultura, industria și servicii, fiecare ramură distinctă producând un singur bun. Balanţa interramurală, expusă în tabelul 1, este constituită din trei cadrane: primul cadran – consumul intermediar alcătuit în baza matricei cheltuielilor materiale directe; cadranul doi exprimă elementele cererii finale și cadranul trei – componentele valorii adăugate. Urmează descrierea detaliată a elementelor balanţei interramurale.

Primul cadran este matricea pătrată a cheltuielilor materiale directe cu elementele x_{11},... x_{33} (în valori bănești). Ea descrie *relaţiile intrări-ieșiri* în contextul prestării bunurilor și serviciilor. *Costurile de producere* sunt plasate pe coloanele primului cadran, *utilizările* de bunuri și servicii pentru producerea viitoare a *ramurilor distincte* într-o perioadă de timp sunt plasate pe rânduri. Se presupune că timpul în model este discret, unitatea de timp fiind egală cu un an.

Spre exemplu, elementul x_{12} indică câte unităţi (în valori bănești) de primul bun sunt necesare pentru fabricarea bunului doi în cantitatea x_2 unităţi în valoare bănească. Elementele primului rând x_{11}, x_{12}, x_{13} indică câte unităţi de producţie (în valori bănești) prima ramură își *oferă* pentru sine (x_{11}), pentru a doua ramură (x_{12}) și pentru a treia ramură (x_{13}). Elementele coloanei doi $x_{12,}$ $x_{22,}$ x_{32} indică câte unităţi de producţie ale primei ramuri, ale ramurii doi și ale ramurii trei $x_{12,}$ $x_{22,}$ x_{32} (în valori bănești) sunt necesare pentru fabricarea bunului doi în cantitatea de x_2 unităţii bănești.

Elementele primului cadran redau cererea intermediară a ramurilor în vederea asigurării dezvoltării proprii. Pentru primul cadran este veridică contabilizarea dublă.

Cadranul doi îl constituie vectorul *y* cu coordonatele y_1, y_2, y_3, care descrie *cererea finală* în valori bănești în vederea prestării bunurilor și serviciilor. În exemplul studiat, cadranul doi este o matrice pătrată cu elementele $y_{11,}$... y_{33}, care indică cererea finală pentru bunuri și servicii: consumul final, acumulări brute, exporturi net. La modul general, matricea din cadranul doi nu e neapărat pătrată. Vectorul y este rezultatul funcţionării sistemului economic în fiecare an. În cadranul doi nu are loc contabilizarea dublă.

Cadranul patru nu este prezentat în acest exemplu. Coloana din dreapta „Ieșiri" și rândul de jos „Ieșiri" (tabelul 1) nu fac parte din modelul intrări-ieșiri. Deoarece toate valorile în modelul intrări-ieșiri (x_{12},... $x_{33,}$ y_1, y_2, y_3 ,z_1, z_2, z_3) sunt exprimate în valori bănești, modelul are o prezentare monetară. Pentru atare modele are loc însumarea elementelor pe rând și pe coloană, ceea ce nu are loc în cazul modelelor fizice.

În prezent, cele mai răspândite și pe larg utilizate sunt modelele intrări-ieșiri în termeni monetari. Aceste modele pot fi completate cu date în *preţurile de bază*.

Între indicatorii din tabelul 1 există următoarele relaţii:

$$y_1 = y_{11} + y_{12} + y_{13},$$
$$y_2 = y_{21} + y_{22} + y_{23},$$
$$y_3 = y_{31} + y_{32} + y_{33}. \quad (1)$$

Primele trei rânduri ale tabelului 1 satisfac egalităţile:

$$x_1 = x_{11} + x_{12} + x_{13} + y_1,$$
$$x_2 = x_{21} + x_{22} + x_{23} + y_2,$$
$$x_3 = x_{31} + x_{32} + x_{33} + y_3. \quad (2)$$

Iar primele trei coloane din tabelul 1 îndestulează relaţiile:

$$x_1 = x_{11} + x_{21} + x_{31} + z_1,$$
$$x_2 = x_{12} + x_{22} + x_{32} + z_2,$$
$$x_3 = x_{13} + x_{23} + x_{33} + z_3. \quad (3)$$

Din formula (1) constatăm că cererea finală pentru produsele fiecărei ramuri este constituită din suma elementelor sale funcţionale. Formula (2) demonstrează *distribuţia* volumului de producţie în fiecare ramură pentru consumul intermediar (pentru prima ramură este suma x_{11}, x_{12}, x_{13}) și cererea finală (pentru prima ramură y_1). Formula (3) reprezintă *producţia* fiecărei ramuri.

Volumul de producţie x_1 al primei ramuri este egal cu suma consumului său intermediar

($x_{11}+x_{21}+x_{31}$) și a valorii adăugate brute z_1.

Însumând ecuaţiile (2), obţinem:

$$x_1 + x_2 + x_3 = x_{11} + ... + x_{33} + y_1 + y_2 + y_3. \quad (4)$$

Însumând ecuaţiile (3), obţinem:

$$x_1 + x_2 + x_3 = x_{11} + ... + x_{33} + z_1 + z_2 + z_3. \quad (5)$$

Din (4) și (5) rezultă:

$$y_1 + y_2 + y_3 = z_1 + z_2 + z_3, \quad (6)$$

și cererea finală totală este egală cu valoarea adăugată brută totală. Ecuaţia (6) este termenul de balansare al modelului Intrări-Ieșiri. Expresiile (1)-(6) pot fi generalizate pentru cazul *n* ramuri pure.

Fie *A* matricea pătrată (*n x n*) a cheltuielilor materiale directe (cadranul I) din balanţa interramurală, volumul de producţie x fie vectorul (*n x 1*), y vectorul (*n x 1*) fie volumul consumului final. Matricea *F* (*k x n*) fie valoarea adăugată brută pe ramuri (cadranul III), în timp ce (*k*) componente ale vectorului *f* redau utilizarea factorilor valorii adăugate. Și modelul static interramural (n) – dimensional se înscrie ca:

$$(I - A)x = y \text{ sau } x = (I - A)^{-1} y \quad (7)$$

$$F = fx, \quad (8)$$

matricea $(I - A)^{-1}$ fiind așa-numita matricea Leontiev inversă sau matricea multiplicator. Ecuaţiile (7-8) descriu modelul interramural cantitativ, deoarece coeficienţii matricelor *A* și *F* sunt reprezentaţi drept cote părţi ale unităţilor fizice. Fiind cunoscut vectorul cererii y, vectorul x se referă la cantităţile sectoriale ale volumului de producţie.

Pentru a obţine modelul interramural complet sunt necesare încă două ecuaţii adiţionale.

$$p'(I-A) = v' = \pi'Fx \quad \text{sau}$$

$$p' = v'(I-A)^{-1} = \pi'F(I-A)^{-1}y \qquad (9)$$

$$p'y = v'x = \pi'Fx. \qquad (10)$$

Aici p este vectorul preţurilor unitare, iar v este valoarea adăugată, valoarea totală bănească a factorilor per unitate de producţie.

Ecuaţia (9), modelul static interramural în preţuri, demonstrează că preţul unitar pentru un anumit bun sau serviciu este suma plăţilor achitate pentru fiecare factor de producere. Din această ecuaţie poate fi calculat impactul modificărilor în coeficienţii tehnologici ai matricei A, în cantitatea factorilor sau preţurilor (F sau π'), sau în valoarea adăugată (v').

Ecuaţia (10), ecuaţia venitului, obţinută din ecuaţiile (8) şi (9), (identitatea Produsului Intern Brut), asigură egalitatea valorii consumului final cu valoarea adăugată nu numai în anul de bază, pentru care sunt compilate datele, dar și atunci când se modifică valorile parametrilor și/sau variabilele exogene.

Modele de tip interramural estimează trei tipuri de impact: direct, indirect și indus. În altă formulare: impact iniţial, secundar și terţiar, propagat prin economie. Folosind modelele interrramurale (Intrări-Ieşiri), pot fi estimate schimbările intrărilor între industrii, datorate modificărilor în una sau mai multe industrii specifice. Impactul direct al șocului economic reprezintă schimbările în cheltuielile iniţiale.

MODELUL INTERRAMURAL PENTRU MOLDOVA

Elaborarea balanţelor interramurale în Moldova a început încă pe timpul Uniunii Sovietice în Institutul Planificării de Stat, cercetarea autohtonă fiind lider în elaborarea balanţelor interramurale de diverse dimensiuni. În fruntea acestor elaborări se afla m.c. Sergiu Certan. După declararea independenţei Republicii Moldova, de elaborarea balanţelor interramurale s-au ocupat Biroul Naţional de Statistică și Institutul Problemelor Pieţei. În prezent, componentele balanţelor interramurale pot fi extrase din compartimentul Conturi Naţionale [7]. Cercetările modelelor în baza balanţelor interramurale şi le-a asumat Academia de Ştiinţe a Moldovei: Institutul de Matematică și Informatică, Institutul Naţional de Cercetări în Economie, actualmente un interes major în examinarea acestor modele îl manifestă Institutul de Energetică.

În baza datelor în preţuri curente, pentru cele 23 de ramuri din Conturile Naţionale ale Republicii Moldova pentru anii 1996–2014, au fost alcătuite balanţele interramurale în preţuri constante (preţurile anului de bază) sub forma lor clasică. Şi anume, pentru anii menţionaţi, au fost selectate și prelucrate date care au format cadranele I-III ale balanţelor interramurale în preţurile anului de bază. Ramurile agregate incluse în balanţa interramurală sunt:

A Agricultura, economia vânatului și silvicultura
B Pescuitul
C Exploatarea carierelor
D Industria prelucrătoare
E Energia electrică, gaze și apă
F Construcţii
G Comerţ cu ridicata și cu amănuntul
H Hoteluri și restaurante
160-63 Transport și depozitare
164 Comunicaţii
J Activităţi financiare
K70 Tranzacţii imobiliare
K71 Închirierea mașinilor și a echipamentelor
K72 Computere și activităţi conexe
K73 Cercetări-elaborări
K74 Alte activităţi comerciale
L Administraţie publică și apărare
M Învăţământ
N Sănătate și asistenţă socială
O90 Asanarea și îndepărtarea gunoaielor
O91 Activităţi asociative, neincluse în alte categorii
O92 Activităţi recreative, culturale și sportive
O93 Alte activităţi și servicii

Având tabelul Intrări-Ieşiri pentru anul 2014, în structura n (23) ramuri examinate, se va formula modelul dezvoltării economiei naţionale. Întrucât ramurile: *Administraţia publică și apărarea* (L), *Activităţi asociative, neincluse în alte activităţi* (O91), *Activităţi recreative, culturale și sportive* (O92) și *Alte activităţi și servicii* (O93) nu sunt ramuri producătoare, conţinând zerouri pe întregul rând, ele au fost excluse din balanţa interramurală. Aceste ramuri sunt ramuri consumătoare și în niciun mod nu afectează matricea cheltuielilor materiale directe.

Modelele interramurale static și semidinamic au fost cercetate în [4-5], în baza lor au fost efectuate numeroase calcule de simulare, analize comparative privitor la modificarea coeficienţilor tehnologici, consumului final și a preţurilor. În prezentul articol se propune formularea problemei de optimizare statică în baza balanţei interramurale pentru anul 2014.

Balanţa interramurală (anul 2014) pentru 19 ramuri producătoare agregate ale economiei Moldovei va fi elementul principal în formularea modelului static de optimizare. Ţara noastră, care nu dispune de resurse energetice proprii pentru acoperirea necesităţilor, este nevoită să le importe în proporţii suficient de mari. Prin urmare, atât creşterea preţurilor mondiale la resursele energetice, cât şi creşterea tarifelor interne, contribuie la sporirea preţurilor interne la resursele energetice. Ceea ce, la rândul său, afectează atât sectorul de producere în ansamblu, cât și gospodăriile casnice, în mod drastic influenţând securitatea energetică a ţării şi bunăstarea populaţiei, aflată la limita sărăciei. În acest context, examinarea problemei creşterii tarifelor la resursele energetice este de o importanţă majoră. La soluţionarea acestei probleme se vor utiliza balanţele interramurale cu profilul de 19 ramuri agregate producătoare, energia electrică, gaze și apa fiind una din ramurile agregate, în linii mari bazată pe import. Cu ajutorul modelelor interramurale statice de optimizare se va cerceta impactul creşterii tarifelor la resurse energetice asupra economiei în ansamblu şi asupra populaţiei în particular.

Admitem că tarifele la resursele energetice vor creşte de 1,5 ori, atunci şi elementele vectorului tehnologic pentru ramura respectivă se vor modifica în aceeaşi proporţie. În atare circumstanţe, care va fi impactul asupra Produsului Intern Brut? Problema se va formula în felul următor: dat fiind cunoscut volumul de producţie X într-un anumit an, în condiţiile modificării elementelor vectorului tehnologic pentru ramura energetică (E), trebuie optimizat consumul final. De menţionat că atât balanţele interramurale, cât şi vectorul volumului de producţie şi vectorul cererii finale sunt calculaţi în preţuri constante. Prin urmare, este necesar să se soluţioneze următoarea problemă statică de optimizare: de a maximiza cererea finală în condiţiile majorării tarifelor la resursele energetice (modificarea vectorului coloană (E)) şi a volumului de producţie predeterminat. Modelul formalizat se înscrie ca:

$$\max \sum_{i=1}^{19} y_i ,$$

supusă restricţiilor

$$(I-A)^{-1}Y = X ,$$

unde X este vectorul volumului de producţie dat, iar Y este vectorul produsului final care urmează a fi maximizat.

Problema, fiind formulată pentru vectorul volumului de producţie X şi matricea Intrări-Ieşiri A' din anul 2014 modificată, este soluţionată cu ajutorul aplicaţiei Solver în vederea obţinerii valorilor optime ale cererii finale Y . Simulările, efectuate pentru diverse ritmuri de creştere a tarifelor la resurse energetice (0,5; 1,0; 1,5 etc.), au demonstrat diminuarea cererii finale concomitent cu creşterea preţurilor. Concluzia finală este că majorarea tarifelor la resurse energetice trebuie efectuată cu mare precauţie, analizând impactul asupra economiei în ansamblu. De menţionat că simulările pot fi aplicate pentru orice ramură în examinare și pentru orice obiectiv trasat.

Modificarea elementelor matricei Intrări-Ieşiri cauzează problema stabilităţii economice. Și anume, este matricea Intrări-Ieșiri stabilă în funcţie de mici modificări în elementele sale? Instabilitatea matricei Intrări-Ieşiri poate duce la falimentarea economică, când una sau mai multe ramuri funcţionează cu bilanţ negativ. Ceea ce se exprimă prin faptul că unele componente ale vectorului cererii nu sunt acoperite de producţia respectivă fabricată. În atare circumstanţe, problema stabilităţii economice apare în prim-plan. Iar pentru examinarea ei trebuie de cercetat cazul în care matricea Intrări-Ieşiri este alcătuită din elemente aleatorii. Atunci în ajutor vin *lanţurile Markov absorbante*.

BALANŢA INTERRAMURALĂ PENTRU MOLDOVA ȘI LANŢURILE MARKOV

Un lanţ Markov [6] se descrie în felul următor. Fie că avem o mulţime de stări $S=\{s_1,s_2,..,s_n\}$. Procesul pornește dintr-o stare iniţială și se deplasează dintr-o stare în alta. Fiecare deplasare se numește pas. Dacă lanţul se află în starea s_i atunci la următorul pas el se deplasează în starea s_j cu probabilitatea p_{ij}, probabilitatea depinde de starea în care lanţul s-a aflat anterior de starea curentă. Probabilităţile p_{ij}, $1 \le i, j \le n$ se numesc probabilităţi de tranziţie, iar matricea probabilităţilor respective P se numește matrice de tranziţie. Cu probabilitatea p_{ii} procesul rămâne în aceeași stare. Distribuţia probabilistică iniţială, definită pe S specifică starea de pornire. De regulă, aceasta se produce prin specificarea unei stări distincte în calitate de stare de start. Urmează câteva formulări ale teoremelor, dovedite în [6].

Teorema 1. Fie P matricea de tranziţie a lanţului Markov. Elementul $p_{ij}^{(n)}$ al matricei $P^{(n)}$ este probabilitatea ca lanţul Markov în n pași să ajungă în starea s_j, pornind din starea s_i.

Teorema 2. Fie P matricea de tranziţie a lanţului Markov și u vectorul probabilităţii distribuţiei iniţiale. Atunci, probabilitatea ca după n pași lanţul va ajunge în starea s_i este coordonata i a vectorului $u^{(n)} = uP^{(n)}$.

Dacă se examinează comportamentul lanţului când el pornește din starea s_i, în calitate de u poate fi selectat vectorul, al cărui coordonată i este egală cu o unitate, restul coordonatelor fiind egale cu zero.

Starea s_j a unui lanţ Markov se numește absorbantă dacă ea nu poate fi părăsită ($p_{ij} = 1$).

Lanţul Markov se numește *absorbant* dacă posedă cel puţin o stare absorbantă și dacă din orice stare este posibilă deplasarea într-o stare absorbantă (nu neapărat într-un pas). Într-un lanţ Markov starea care nu este absorbantă se numeşte tranzitivă. În cazul în care lanţul Markov posedă r stări de tranziţie şi t stări absorbante, matricea de tranziţie poate fi redusă la *forma sa canonică.*

$$P = \begin{bmatrix} & TR. & ABS. \\ TR. & Q & R \\ ABS. & 0 & I \end{bmatrix}$$

Aici, I este matricea identică de dimensiunea ($r \times t$), 0 este matricea cu elementele zero, R matricea cu elemente diferite de zero, iar Q matricea de tranziţie de dimensiunea ($t \times t$). În matricea P primele t stări sunt tranzitive, iar ultimele r sunt absorbante.

Elementul $p_{ij}^{(n)}$ al matricei $P^{(n)}$ reprezintă probabilitatea de aflare în starea s_j peste n paşi, în cazul în care lanţul ia start în starea s_i. Folosind algebra matricelor, poate fi demonstrat că

$$P^{(n)} \text{ ia forma } P^n = \begin{bmatrix} & TR. & ABS. \\ TR. & Q^n & * \\ ABS. & 0 & I \end{bmatrix}$$

unde * notează matricea de dimensiunea ($t \times r$), elementele matricei $Q^{(n)}$ sunt probabilităţile de a se afla după n paşi în orice stare tranzitivă, pornind din orice stare tranzitivă.

Teorema 3. În lanţul Markov absorbant, probabilitatea ca procesul să fie absorbit este egală cu o unitate, şi anume ($Q^{(n)} \to 0$ *atunci cand* $n \to$).

Teorema 4. Pentru un lanţ Markov absorbant există matricea inversă $(I-Q)^{-1}$, notată ca N şi $N = I + Q + Q^2 + \ldots$. Elementul n_{ij} al matricei N arată de câte ori lanţul se va afla în starea s_j pornind din starea s_i.

Teorema 5. Fie t_i numărul de paşi necesari ca lanţul să devină absorbit, pornind din starea s_i, şi fie t vectorul coloană, a cărui componenta i este egală cu t_i. Atunci, are loc $t = Nc$, c fiind vector unitar, toate componentele sale egale cu unu.

Teorema 6. Admitem că b_{ij} este probabilitatea ca lanţul absorbant să atingă starea de absorbţie s_j, pornind dintr-o stare tranzitivă s_i. Fie B matricea constituită din elementele b_{ij}. Atunci B este o matrice ($r \times r$) şi $B = NR$, N matricea fundamentală, iar R matricea din forma canonică.

Revenim la modelul interramural cu 19 ramuri agregate, care descriu economia Republicii Moldova. Ramura i necesită cantitatea $0 \le a_{ij} \le 1$ de bunuri (în valoare bănească) de la ramura j pentru a produce bunuri în valoare de un leu. Fie că A este matricea cheltuielilor directe cu elementele sale a_{ij}, $1 \le i$, $j \le 19$. Cererea finală de consum fie vectorul $y = y_1, y_2, \ldots y_n$. Vom forma lanţul Markov luând în calitate de stări vectorii tehnologici ai ramurilor cercetate, iar în calitate de probabilităţi de tranziţie elementele a_{ij}. Este bine cunoscut că matricea cheltuielilor directe (matricea coeficienţilor tehnologici) satisface condiţiile $0 \le a_{ij} \le 1,\ 1 \le i, j \le n$ iar suma după rând $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} < 1,\ 1 \le i \le n$ este strict mai mică decât unu. Din considerente economice, ultima restricţie asigură satisfacerea consumului final. Dacă ne referim la matricea de tranziţie în lanţul Markov, apoi suma după coloană în ea este egală cu o unitate. Pentru a satisface aceste condiţii, procedăm în felul următor. În matricea cheltuielilor directe A adăugăm o stare absorbantă 0, notată $a_{i0} = 1 - \sum a_j$, atunci obţinem matricea A', în care suma după fiecare rând este 1.

$$A' = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & 1-\sum_j a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & 1-\sum_j a_{2j} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \\ a_{n1} & an_{12} & \cdots & a_{nn} & 1-\sum_j a_{nj} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pentru ca suma după coloană să fie egală cu 1, se va transforma matricea A' şi se va obţine matricea de tranziţie P, în care suma după coloană este egală cu unu.

$$P = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{1n} & 0 \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & 0 \\ & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn} & 0 \\ 1-\sum_j a_{1j} & 1-\sum_j a_{2j} & \ldots & 1-\sum_j a_{nj} & 1 \end{bmatrix}$$

Admitem că X este vectorul volumului de producţie, Y este vectorul cererii finale, ambii normaţi la o unitate, P este matricea de tranziţie, obţinută în baza matricei cheltuielilor materiale directe A, atunci expresia pentru Produsul Intern Brut este $X - AX = Y$, iar vectorul t oferă timpul aşteptat de absorbţie, $t = Nc$, unde $N = (I-A)^{-1}$ şi $c = (1,1,\ldots,1)$ este vector n - dimensional.

CONCLUZII

Prezenta cercetare demonstrează utilitatea instrumentarului, bazat pe balanţele interramurale elaborate de Biroul Naţional de Statistică al Republicii Moldova pentru anii 1996–2014 [7]. Folosind balanţa interramurală pentru anul 2014, s-a stabilit impactul negativ al creşterii tarifelor la resursele energetice asupra Produsului Intern Brut, ceea ce afectează atât economia, cât şi populaţia. O asemenea analiză poate fi efectuată pentru orice ramură din cele 19 examinate în funcţie de obiectivul propus. Din păcate, începând cu anul 2015, elaborarea balanţelor interramurale în forma lor clasică a fost sistată.

Alt aspect examinat în lucrarea de faţă se referă la aplicarea lanţurilor Markov în studiul balanţelor interramurale. Pe viitor se preconizează cercetarea problemei de stabilitate economică în cazul perturbărilor mici ale elementelor matricei de tranziţie.

BIBLIOGRAFIE

1. Leontief W., Ford D. Air Pollution and Economic Structure: Empirical Results of Input-Output Computations. Input-output techniques: Proceedings of the Fifth International Conference on Input-Output Techniques ; Geneva, January, 1971.Amsterdam [u.a.]: North-Holland Publ. Co., ISBN 072043064X. 1972, p. 9-30.
2. Leontief W. et al. The Future of the World Economy. New York. [Report of UN experts group headed by Leontief W.W. About world economy development perspectives by the year 2000]. 1977, p. 1-19.
3. Tcheremnykh I.N. Input-Output Models. Systems analysis and modeling of integrated world systems. 2002, Vol. II, p. 1-32.
4. Diaconova M., Naval E. Modelul interramural de prognoză a dezvoltării economiei naţionale. În: Buletinul Academiei de Ştiinţe a Republicii Moldova. Matematica. Nr. 3(31), 1999, p. 51-60.
5. Naval E. Input-Output model for Republic of Moldova. In: Proceedings of The 4th Conference of Mathematical Society of the Republic of Moldova, dedicated to the centenary of Vladimir Andrunachievici (1917–1997), 2017, p. 425-428.
6. Grinstead C., Snell J. L. Introduction to Probability, Chapter 11. American Mathematical Society. 1997, p. 520.
7. http://www.statistica.md

Vladimir Palamarciuc. *Darurile toamnei*, piesă din cvadriptic, 2004, hârtie, acuarelă, 60 × 70 cm